

В. А. Русскин,
Национальный исследовательский Томский политехнический университет
(г. Томск, Россия)

С. Г. Михальченко
Томский государственный университет систем управления и радиоэлектроники
(г. Томск, Россия)

БИФУРКАЦИОННЫЙ АНАЛИЗ ДИНАМИКИ ПОВЫШАЮЩЕГО ПРЕОБРАЗОВАТЕЛЯ НАПРЯЖЕНИЯ

В настоящее время развитие элементной базы силовой электроники направлено в сторону миниатюризации основных элементов и повышения коммутируемой мощности и быстродействия полупроводниковых устройств. Это в наибольшей степени находит свое применение в низковольтных системах электропитания, где относительно невысокие пиковые значения энергии переключения в статических преобразователях существенно не сказываются на сроках службы полупроводниковых элементов, электромагнитной совместимости преобразователя и нагрузки [1]. Авторами были проведены исследования на основе повышающего преобразователя, входящего в состав структуры автономного инвертора для солнечных батарей.

В работах [2–6] показано, что аномальные бифуркационные явления, присущие динамике преобразователей, являются неотъемлемыми свойствами самой структуры ППН, его математической модели. Этот факт требует исследования динамики разрабатываемого устройства, выявления областей возможных аномальных режимов и доказательства того, что они с рабочей областью ППН не пересекаются.

Повышающий преобразователь напряжения (рис. 1) с широтно-импульсной модуляцией имеет следующие параметры: $R = 0,12 \text{ Ом}$; $L = 0,3 \text{ мГн}$; $E = 200 \text{ В}$; $C = 10 \text{ мкФ}$; $R_H = 80 \text{ Ом}$. Система управления ППН функционирует с коэффициентами: $\beta = 0,1$; $\alpha = 20$; $U_3 = 2 \text{ В}$; $T = 0,001 \text{ с}$.

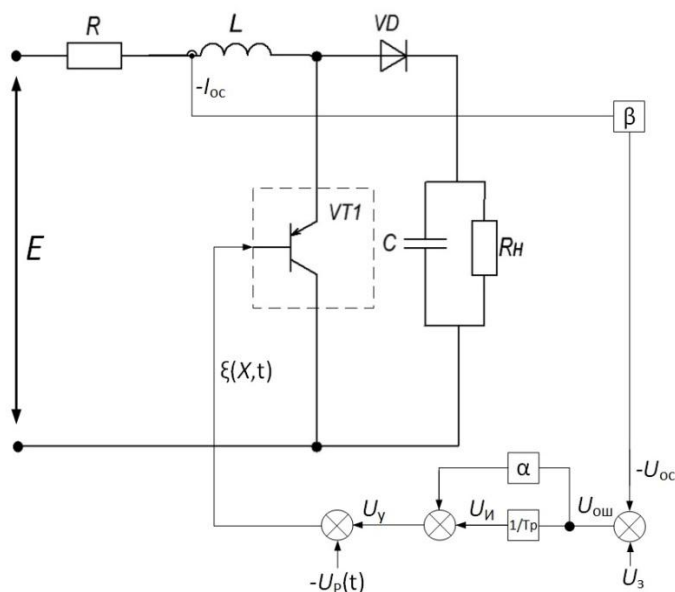


Рис. 1. Принципиальная схема повышающего преобразователя

E – напряжение источника питания; L – дроссель; R – сопротивление, характеризующее потери в индуктивности и сопротивление ключа преобразователя в открытом состоянии; C – емкость; R_H – сопротивление нагрузки; диод VD и транзистор VT – коммутирующие элементы схемы; β – коэффициент передачи датчика обратной связи входного тока; α – пропорциональный коэффициент ПИ регулятора; T – постоянная времени интегрального звена ПИ регулятора; U_3 – задание на ток; $U_p(t)$ – пилообразное напряжение развертки ШИМ, работающего на частоте равной 100 кГц.

Система управления ППН реализована на базе широтно-импульсной модуляции, в цепи обратной связи использован ПИ-регулятор. При построении схемы замещения преобразователя напряжения с ШИМ и с жесткой коммутацией были приняты следующие допущения [6]:

- входной источник питания E является идеальным источником напряжения;
- диод VD и транзисторы VT выполнены идеальными с нулевым временем переключения;
- элементы R , L , C имеют линейные характеристики;
- корректирующие устройства представлены идеальными элементами.

Динамическая модель непрерывной части схемы замещения ППН для каждого из различных состояний коммутационных элементов (диодов и транзисторов) описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений (задачей Коши):

$$\begin{cases} \frac{dX}{dt} = A(K_F(\xi) \cdot X + B(i_L)), & X = \begin{pmatrix} i_L \\ u_C \end{pmatrix}, \\ X(t_0) = X_0. \end{cases} \quad (1)$$

Где X – вектор переменных состояния (ток i_L в индуктивности и напряжение u_C на конденсаторе фильтра); A – матрица системы, которая имеет три состояния (A_1 , A_2 , A_3 в зависимости от значения коммутационной функции $K_F(\xi)$ ШИМ и наличия режима прерывистого тока); B – вектор вынуждающих воздействий, в режиме непрерывного тока дросселя $B_1 = B_2$:

$$A_1 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C \cdot R_H} \end{bmatrix}, A_2 = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{C \cdot R_H} \end{bmatrix}, A_3 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C \cdot R_H} \end{bmatrix}; B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix}, B_3 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Состояние коммутационной функции ШИМ $K_F(\xi)$ определяется посредством разностной функции $\xi(X, t)$:

$$K_F(\xi) = 0,5 \cdot (1 + \text{sign}(\xi(X, t))), \quad (2)$$

которая описывает обратные связи системы управления ППН и имеет вид:

$$\xi(X, t) = \alpha \cdot (U_3 - \beta \cdot X_1) + U_{II}(X_1) - U_p(t), \quad (3)$$

где: α – пропорциональный коэффициент усиления ПИ-регулятора; $U_p(t)$ – пилообразное развертывающее напряжение, задаваемое математической функцией

$$U_p(t) = U_{оп} \cdot (t/\tau - E_1(t/\tau)), \quad (4)$$

в которой опорное напряжение $U_{оп} = 10$ В, $E_1(t)$ – функция Антье – целая часть числа, $\tau = 1 \cdot 10^{-5}$ с – коммутационный период ШИМ.

Интегральная составляющая ПИ – регулятора U_{II} определяется из дифференциального уравнения

$$\frac{dU_{\text{и}}}{dt} = U_3/T - \beta X_1/T,$$

которое может быть представлено как

$$U_{\text{и}} = U_{\text{и-1}} + \Delta t \cdot (U_3/T - \beta X_1/T),$$

где $U_{\text{и-1}}$ – сигнал на выходе интегральной части регулятора на предыдущем расчетном шаге; Δt – расчетный шаг; T – постоянная времени интегрирующего звена.

На каждом участке непрерывности вектор переменных состояния, являющийся решением задачи Коши (1) при условиях (2 - 4), может быть аналитически выписан в виде:

$$X(t) = e^{A(t-t_0)} (X_0 + A^{-1} \cdot B) - A^{-1} \cdot B,$$

где вектор начальных условий X_0 для последующего интервала принимается равным вектору $X(t)$ на конце предыдущего интервала, а начальный момент времени t_0 вычисляется из соответствующих зависимостей.

При синтезе системы управления ППН с ШИМ возникла задача оптимального с точки зрения быстродействия системы коэффициента α пропорционального звена ПИ регулятора для различных уровней входного напряжения E . В процессе анализа обнаружены явления бифуркации, анализ которых приведен ниже.

На рис. 2 изображены бифуркационные диаграммы (БД), построенные при вариации коэффициента α пропорционального звена ПИ регулятора (отражаемые на графике по оси абсцисс). По оси ординат откладывались установившиеся значения выходного напряжения U_c , измеренные в моменты начала каждого тактового интервала ШИМ. Переходный процесс в каждом цикле расчетов отбрасывался. Поскольку период развертки постоянный, замеры осуществлялись в топологически одинаковые моменты времени и равномерно по всей временной оси (за исключением переходного процесса).

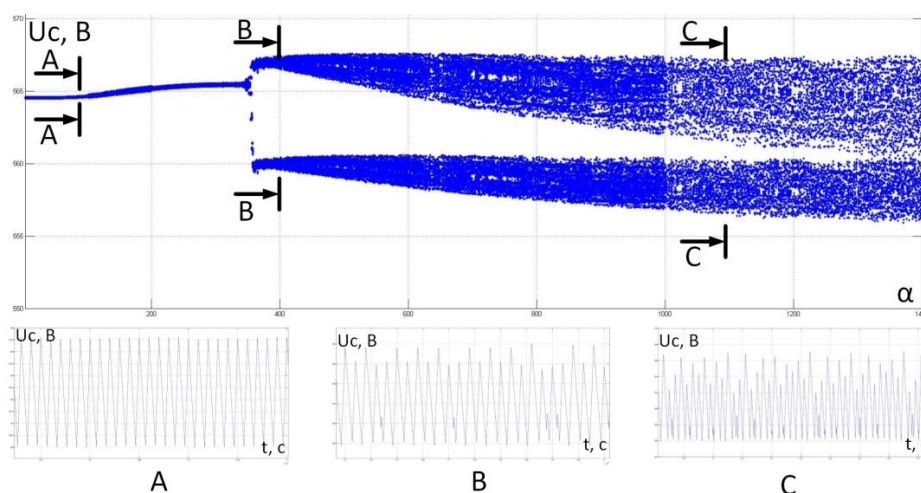


Рис. 2. Бифуркационная диаграмма режимов ППН ($E = 200$ В)

Мгновенные значения выходного напряжения при значениях α обозначены сечениями А, В и С в нижней части (рис. 2). Можно видеть, что качество выходных сигналов различное. Рассчитаны значения пульсаций выходного напряжения для различных точек бифуркационной диаграммы (табл.). Качество выходного напряжения

увеличивается с ростом входного напряжения и при малых коэффициентах усиления.

Таблица

Пульсации выходного напряжения			
$\alpha \setminus E, В$	150	200	250
100	0,859 %	0,806 %	0,759 %
600	1,803 %	1,800 %	1,807 %
1000	2,440 %	1,958 %	1,888 %

Диаграмма показывает, что динамике ППН свойственно не только наличие областей бифуркационных режимов различной формы и периодичности, но и взаимное пересечение таких областей. Это явление, называемое *мультистабильностью* [5], особенно важно для исследований, так как в местах пересечения областей с разными m -циклами существуют устойчивые топологически различные решения исходной задачи (1). А это практически означает, что невозможно заранее предсказать какой вид будут иметь выходные сигналы преобразователя напряжения для данной области параметров.

Выводы.

1. Построенная математическая модель повышающего преобразователя напряжения с широтно-импульсной модуляцией, с жестким типом коммутации и ПИ-регулятором в цепи обратной связи позволяет строить точное численно-аналитическое решение, что в свою очередь дает возможность проводить бифуркационный анализ такого вида преобразователей, обнаруживать аномальные процессы в ППН и анализировать устойчивость найденных решений.
2. Синтез системы управления для повышающего преобразователя напряжения с широтно-импульсной модуляцией проводится с таким расчетом, чтобы динамика рабочей точки ППН не пересекалась с зонами бифуркационных явлений – установка работала только в штатном режиме.

Список использованных источников

1. Zhusubaliyev Zh. T., Soukhoterlin E.A. and Mosekilde E. Border-collision bifurcations and chaotic oscillations in a piecewise-smooth dynamical system // International Journal of Bifurcation and Chaos. - 2001. - Vol. 11. № 12.
2. Андриянов А. И., Малаханов А. А. Математическое моделирование динамики импульсного преобразователя напряжения повышающего типа Вестник Брянского гос. техн. ун-та. 2006. № 1.
3. Диксон Р. К., Дементьев Ю. Н., Михальченко Г. Я., Михальченко С. Г., Семёнов С. М. Двухфазный повышающий преобразователь с мягкой коммутацией транзисторов и особенности его динамических свойств Известия ТПУ 2014 № 4 324, 2014.
4. C. K. Tse Complex Behavior of Switching Power Converters Boa Raton, USA: CRC Press, 2003.
5. Михальченко С. Г. Функционирование импульсно-модуляционных преобразователей в зонах мультистабильности // Доклады Томского гос. ун-та систем управления и радиоэлектроники. 2012. № 1-1.
6. Dixon R. C., Mikhalchenko G. Y., Mikhalchenko S. G., Nechaev M. A., Semenov S. M. A Novel Two-Phase Boost Converter Model with Inductive Energy Storage Technology // Munich, GRIN Publishing GmbH, 2014, P. 6